Beispielaufgaben für die x – und die h-Methode **Aufgabe: Bestimme die Steigung an der Stelle x_0**	
x-Methode	h-Methode
1a) $f(x) = 12x^2$ und $x_0 = 3$	1b) $f(x) = 12x^2$ und $x_0 = 3$
2a) $f(x) = x^{-2}$ und $x_0 = 0$	2b) $f(x) = x^{-2}$ und $x_0 = 0$
3a) $f(x) = \sqrt{x}$ und $x_0 = -2$	3b) $f(x) = \sqrt{x}$ und $x_0 = -2$
4a) $f(x)= x^2 + 3x$ und $x_0 = 3$	4b) $f(x)= x^2 + 3x$ und $x_0 = 3$
5a) $f(x) = -2x^2$ und $x_0 = 2$	5b) $f(x) = -2x^2$ und $x_0 = 2$
6a) $f(x) = x^3 - 2x^2$ und $x_0 = 1$ Die Aufgabe ist nicht ganz einfach. Besser mit der h-Methode lösen.	6b) $f(x) = x^3 - 2x^2$ und $x_0 = 1$
7a) $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ und $x_0 = 4$	7b) $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ und $x_0 = 4$
8a) f(x) = c und $x_0 = 3$ c ist eine konstante Zahl	8b) f(x) = c und $x_0 = 3$
9a) f(a) = ax und $a_0 = 1$ Hier ist a die Variable und x die feste Zahl	9b) f(a) = ax und $a_0 = 1$

Beispielaufgaben für die x – und die h-Methode **Lösungen**	
x-Methode	h-Methode
1a) $f(x)=12x^2$ und $x_0=3$ $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \lim\limits_{x\to x_0}\frac{12x^2-12x_0{}^2}{x-x_0}$ $\lim\limits_{x\to x_0} 12\,\frac{x^2-x_0{}^2}{x-x_0} = \lim\limits_{x\to x_0} 12\,\frac{(x+x_0)(x-x_0)}{x-x_0} =$ $\lim\limits_{x\to x_0} 12(x+x_0)$ $=12(x_0+x_0) = 12\,(2x_0) = 24\,x_0$ $\Rightarrow f'(x)=24x \Rightarrow f'(3)=72$	1b) $f(x)=12x^2$ und $x_0=3$ (Statt x gegen 0 ist natürlich h gegen 0 gemeint. Ändere ich demnächst, aber das ist nicht mit dem Formeleditor erstellt. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{12(x_0+h)^2-12x_0{}^2}{h} =$ $\lim\limits_{x\to 0}12\frac{(x_0+h)^2-x_0{}^2}{h} = \lim\limits_{x\to 0}12\frac{x_0{}^2+2x_0h+h^2-x_0{}^2}{h} =$ $\lim\limits_{x\to 0}12\frac{2x_0h+h^2}{h} = \lim\limits_{x\to 0}12\frac{h*(2x_0+h)}{h} = \lim\limits_{x\to 0}12(2x_0+h) =$ $12(2x_0+0)=24x_0$ $\Rightarrow f'(x)=24x \Rightarrow f'(3)=72$
2a) $f(x)=x^{-2}$ und $x_0 = 0$ $f(x)=x^{-2}=\frac{1}{x^2}$ $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \lim\limits_{x\to x_0}\frac{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x_0^2}}{x-x_0} = \lim\limits_{x\to x_0}\frac{\frac{x_0^2}{x^2x_0^2}-\frac{x^2}{x^2x_0^2}}{x-x_0} =$ $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{\frac{x_0^2-x^2}{x^2x_0^2}}{x-x_0} = \lim\limits_{x\to x_0}\frac{x_0^2-x^2}{x^2x_0^2\cdot(x-x_0)} = \lim\limits_{x\to x_0}\frac{-x^2+x_0^2}{x^2x_0^2\cdot(x-x_0)} =$ $\lim\limits_{x\to x_0}-\frac{x^2-x_0^2}{x^2x_0^2\cdot(x-x_0)} = \lim\limits_{x\to x_0}-\frac{(x-x_0)(x+x_0)}{x^2x_0^2\cdot(x-x_0)} = \lim\limits_{x\to x_0}-\frac{(x+x_0)}{x^2x_0^2} =$ $-\frac{(x_0+x_0)}{x_0^2\cdot x_0^2} = -\frac{2x_0}{x_0^4} = -\frac{2}{x^3}$ $f'(0)$ kann man nicht ermitteln, da die Funktion an der Stelle nicht definiert ist.	2b) $f(x)=x^{-2}$ und $x_0 = 0$ $f(x)=x^{-2}=\frac{1}{x^2}$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{\frac{1}{(x_0+h)^2}-\frac{1}{x_0^2}}{h} = \lim\limits_{h\to 0}\frac{\frac{x_0^2}{(x_0+h)^2x_0^2}-\frac{(x_0+h)^2}{(x_0+h)^2x_0^2}}{h} =$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{\frac{x_0^2-(x_0+h)^2}{(x_0+h)^2x_0^2}}{h} = \lim\limits_{h\to 0}\frac{\frac{x_0^2-x_0^2-2x_0h-h^2}{(x_0+h)^2x_0^2}}{h} =$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{-2x_0h-h^2}{(x_0+h)^2x_0^2\cdot h} = \lim\limits_{h\to 0}\frac{h(-2x_0-h)}{h\cdot(x_0+h)^2x_0^2} =$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{-2x_0-h}{(x_0+h)^2x_0^2} = \frac{-2x_0-0}{(x_0+0)^2x_0^2} = \frac{-2x_0}{x_0{}^2\cdot x_0^2} = \frac{-2x_0}{x_0{}^4} = \frac{-2}{x_0{}^3}$ $f'(0)$ kann man nicht ermitteln, da die Funktion an der Stelle nicht definiert ist.
3a) $f(x)=\sqrt{x}$ und $x_0 = -2$ $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{x_0}}{x-x_0} = \lim\limits_{x\to x_0}\frac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{x_0}\right)}{\left(\sqrt{x}-\sqrt{x_0}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{x_0}\right)}$ $=\lim\limits_{x\to x_0}\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x_0}} = \frac{1}{2\sqrt{x_0}}$ $\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$ $f'(-2)$ nicht definiert	3b) $f(x)=\sqrt{x}$ und $x_0 = -2$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{\sqrt{x_0+h}-\sqrt{x_0}}{h} = \lim\limits_{h\to 0}\frac{(\sqrt{x_0+h}-\sqrt{x_0})\cdot(\sqrt{x_0+h}+\sqrt{x_0})}{h(\sqrt{x_0+h}+\sqrt{x_0})} =$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{x_0+h-x_0}{h(\sqrt{x_0+h}+\sqrt{x_0})} = \lim\limits_{h\to 0}\frac{x_0-x_0+h}{h(\sqrt{x_0+h}+\sqrt{x_0})} =$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{h}{h(\sqrt{x_0+h}+\sqrt{x_0})} = \lim\limits_{h\to 0}\frac{1}{(\sqrt{x_0+h}+\sqrt{x_0})} = \frac{1}{(\sqrt{x_0}+\sqrt{x_0})} = \frac{1}{2\sqrt{x_0}}$ $\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

	$f'(-2)$ nicht definiert
4a) f(x)= x² + 3x und $x_0 = 3$ $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\lim\limits_{x\to x_0}\frac{x^2+3x-(x_0^2+3x_0)}{x-x_0}=$ $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{x^2+3x-x_0^2-3x_0}{x-x_0}=$ $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{x^2-x_0^2+3x-3x_0}{x-x_0}=$ $\lim\limits_{x\to x_0}(\frac{x^2-x_0^2}{x-x_0}+\frac{3x-3x_0}{x-x_0})=$ $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{x^2-x_0^2}{x-x_0}+\lim\limits_{x\to x_0}\frac{3x-3x_0}{x-x_0}=$ $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{(x+x_0)(x-x_0)}{x-x_0}+\lim\limits_{x\to x_0}3\frac{x-x_0}{x-x_0}=$ $\lim\limits_{x\to x_0}(x+x_0)+\lim\limits_{x\to x_0}3\cdot 1=\lim\limits_{x\to x_0}(x+x_0)+\lim\limits_{x\to x_0}3=$ $x_0+x_0+3=2x_0+3$ f'(x) = 2 x+3 f'(3) = 9	4b) f(x)= x² + 3x und $x_0 = 3$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{(x_0+h)^2+3(x_0+h)-(x_0{}^2+3x_0)}{h}=$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{(x_0{}^2+2x_0h+h^2)+3x_0+3h-x_0{}^2-3x_0}{h}=$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{2x_0h+h^2+3h}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\frac{h(2x_0+h+3)}{h}=$ $\lim\limits_{x\to 0}2x_0+h+3=2x_0+3$ f'(x) = 2 x+3 f'(3) = 9
5a) $f(x)=-2x^2$ und $x_0 = 2$ $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\lim\limits_{x\to x_0}\frac{-2x^2+2x_0{}^2}{x-x_0}=$ $\lim\limits_{x\to x_0}-2\frac{x^2-x_0{}^2}{x-x_0}=\lim\limits_{x\to x_0}-2\frac{(x+x_0)(x-x_0)}{x-x_0}=$ $\lim\limits_{x\to x_0}-2(x+x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}-2(x+x_0)$ = -2 (2 x_0) = -4 x_0 $\Rightarrow f'(x)=-4x\Rightarrow f'(2)=-8$	5b) $f(x)=-2x^2$ und $x_0 = 2$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\frac{-2(x_o+h)^2-(-2x_0{}^2)}{h}=$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{-2(x_0{}^2+2x_0h+h^2)+2x_0{}^2}{h}=$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{-2x_0{}^2-4x_0h-2h^2+2x_0{}^2}{h}$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{-4x_0h-2h^2}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\frac{h(-4x_0-2h)}{h}$ $\lim\limits_{h\to 0}-4x_0-2h=-4x_0-2\cdot 0$ $\Rightarrow f'(x)=-4x\Rightarrow f'(2)=-8$
6a) $f(x)=x^3-2x^2$ und $x_0 = 1$ Da hier die Polynomdivision zu schwer wird, wenn man nicht gleich 1 einsetzt, würde ich das in einer Kursarbeit als Tipp geben oder das ganze mit der h-Methode ausrechnen lassen. Lösung siehe Heft oder einfach gleich 1	6b) $f(x)=x^3-2x^2$ und $x_0 = 1$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{(x_0+h)^3-2(x_0+h)^2-(x_0{}^3-2x_0)}{h}=$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{(x_0+h)(x_0+h)(x_0+h)-2\cdot(x_0+h)(x_0+h)-(x_0^3-2x_0^2)}{h}=$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{x_0^3+3x_0^2h+3x_0h^2+h^2-2(x_0+2x_0h+h^2)-(x_0^3-2x_0^2)}{h}=$

einsetzen und Polynomdivision machen.	$\lim\limits_{h\to 0}\frac{x^3+3x^2h+3xh^2+h^2-2x^2-4xh-2h^2-(x^3-2x^2)}{h}=$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{x_0^3+3x_0^2h+3x_0h^2+h^2-2x_0^2-4x_0h-2h^2-x_0^3+2x_0^2}{h}=$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{3x_0^2h+3x_0h^2-2x_0^2-4x_0h-h^2+2x_0^2}{h}=$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{h(3x_0^2+3x_0h-4x_0-h)}{h}=$ $\lim\limits_{h\to 0}3x_0^2+3x_0h-4x_0-h=3x_0^2-4x_0$ $f'(x)=3x^2-4x \Rightarrow f'(1)=-1$
7a) $f(x)=\frac{1}{2}x^2$ und $x_0=4$ $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x_0^2}{x-x_0}=$ $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{1}{2}\frac{x^2-x_0^2}{x-x_0}=$ $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{1}{2}\frac{(x-x_0)(x+x_0)}{x-x_0}=\lim\limits_{x\to x_0}\frac{1}{2}(x+x_0)=$ $\frac{1}{2}\cdot 2x=x$ $\Rightarrow f'(x)=x\Rightarrow f'(4)=4$	7b) $f(x)=\frac{1}{2}x^2$ und $x_0=4$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{\frac{1}{2}(x_0+h)^2-\frac{1}{2}x_0^2}{h}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{2}\frac{(x_0+h)^2-x_0{}^2}{h}=$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{1}{2}\frac{x_0{}^2+2hx_0+h^2-x_0{}^2}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\frac{1}{2}\frac{2hx_0+h^2}{h}=$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{1}{2}\frac{h(2x_0+h)}{h}=$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{(2x_0+h)}{2}=\frac{(2x_0+0)}{2}=x_0$ $\Rightarrow f'(x)=x\Rightarrow f'(4)=4$
8a) f(x) = c und $x_0=3$ c ist eine konstante Zahl $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\lim\limits_{x\to x_0}\frac{c-c}{x-x_0}=\lim\limits_{x\to x_0}\frac{0}{x-x_0}=0$ $\Rightarrow f'(x)=0\Rightarrow f'(3)=0$	8b) f(x) = c und $x_0=3$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\frac{c-c}{h}=\frac{0}{h}=0$ $\Rightarrow f'(x)=0\Rightarrow f'(3)=0$
9a) f(a) = ax und $a_0=1$ Hier ist a die Variable und x die feste Zahl $\lim\limits_{a\to a_0}\frac{ax-a_0x}{a-a_0}=\lim\limits_{a\to a_0}\frac{x(a-a_0)}{a-a_0}=x$ $f'(a)=x$ $f'(1)=x$	9b) f(a) = ax und $a_0=1$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{(a_0+h)x-a_0x}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\frac{a_0x+hx-a_0x}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\frac{hx}{h}=x$ $f'(a)=x$ $f'(1)=x$